# ***Программа вступительного экзамена по направлению подготовки 1.1. «Математика и механика»***

**Целью** вступительного испытания является оценка уровня освоения поступающим компетенций, необходимых для обучения по направлению ***1.1. «Математика и механика»*** по программам подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре.

**Программы вступительных испытаний при приеме на обучение в аспирантуре формируются** на основе требований Национального исследовательского Университета ИТМО. Экзамен проводится по билетам. Билет содержит 2 вопроса в соответствии с программой, а также вопрос о планируемом диссертационном исследовании абитуриента.

**Форма вступительного испытания:** устно-письменная

**Форма вступительного испытания с использованием дистанционных технологий:** тест, устно-письменная

**Продолжительность** проведения вступительного испытания. Продолжительность вступительного испытания - не более 90 минут.

**Критерии оценивания:** “неудовлетворительно”, “Удовлетворительно”, “Хорошо”, “Отлично”

**Минимальный проходной балл,** подтверждающий успешное прохождение вступительных испытаний: оценка “удовлетворительно”.

**Перечень принадлежностей**, которые поступающий имеет право пронести в аудиторию во время проведения вступительного испытания: письменные принадлежности, непрограммируемый калькулятор.

# **Научная специальность 1.1.8. «Механика деформируемого твердого тела»**

1. Понятие сплошного тела. Гипотеза сплошности. Физически и геометрически малый элемент. Деформация элемента сплошной среды. Два способа описания деформации сплошного тела. Координаты Эйлера и координаты Лагранжа. Переход от Эйлерова описания к Лагранжеву и обратно.
2. Тензор деформации Коши-Грина. Геометрический смысл компонент тензора деформации Грина. Тензор деформации Альманси. Геометрический смысл компонент тензора деформации Альманси. Условия совместности деформаций. Формулировка условий совместности деформаций в цилиндрической и сферической системе координат. Вы­числение тензора малых деформаций по заданному полю перемещений. Формулы Чезаро.
3. Классификация сил в механике сплошных сред: внешние и внутренние силы, массовые и поверхностные силы. Тензоры напряжений Коши, Пиолы и Кирхгофа.
4. Законы сохранения механики сплошных сред: уравнения баланса массы, импульса, момента импульса, кинетической, потенциальной и полной энергии.
5. Термодинамические процессы и циклы. Термодинамические параметры состояния. Понятия о работе, теплоте, внутренней энергии, температуре и энтропии. Первый и второй законы термодинамики. Термодинамические потенциалы состояния.
6. Физическая размерность. Анализ размерностей и П-теорема. Автомодельные решения. Примеры.
7. Упругое деформирование твердых тел. Упругий потенциал и энергия деформации. Линейно упругое тело Гука. Понятие об анизотропии упругого тела. Тензор упругих модулей. Частные случаи анизотропии: трансверсально изотропное и ортотропное упругое тело. Упругие модули изотропного тела.
8. Полная система уравнений теории упругости. Уравнения Ламе в перемещениях. Уравнения Бельтрами-Митчелла в напряжениях. Граничные условия. Постановка краевых задач математической теории упругости. Основные краевые задачи. Принцип Сен-Венана.
9. Общие теоремы теории упругости: теорема Клапейрона, тождество взаимности, теорема единственности. Основные энергетические функционалы линейной теории упругости. Вариационные принципы теории упругости: принцип минимума полной потенциальной энергии, принцип минимума дополнительной энергии. Теоремы Кастильяно. Теорема Бетти. Примеры.
10. Действие сосредоточенной силы в неограниченной упругой среде. Тензор Грина. Граничные интегральные представления напряжений и перемещений. Формула Сомильяны. Общие представления решений уравнений теории упругости: представле-ние Кельвина, представление Галеркина и представление Папковича-Нейбера. Нормальная нагрузка на границе полупространства (задача Буссинеска). Касательная нагрузка на границе полупространства (задача Черрути).
11. Задача о действии штампа с плоским основанием на полуплоскость. Контактная задача Герца.
12. Пластическое деформирование твердых тел. Предел текучести. Упрочнение. Остаточные деформации. Истинная и условная деформация. Идеальная пластичность. Физические механизмы пластического течения. Понятие о дислокациях. Локализация пластических деформаций. Линии Людерса-Чернова.
13. Идеальное упругопластическое тело. Идеальное жесткопластическое тело. Пространство напряжений. Критерий текучести и поверхность текучести. Критерии Треска и Мизеса. Пространство главных напряжений. Геометрическая интерпретация условий текучести. Условие полной пластичности. Влияние среднего напряжения.
14. Упрочняющееся упругопластическое тело. Упрочняющееся жесткопластическое тело. Функция нагружения, поверхность нагружения. Параметры упрочнения.
15. Понятие о ползучести и релаксации. Кривые ползучести и релаксации. Простейшие модели линейно вязкоупругих сред: модель Максвелла, модель Фохта, модель Томсона. Время релаксации. Время запаздывания.
16. Определяющие соотношения теории вязкоупругости. Ядра ползучести и релаксации. Непрерывные ядра и ядра со слабой особенностью. Термодинамические ограничения на выбор ядер ползучести и релаксации.
17. Формулировка краевых задач теории вязкоупругости. Методы решения краевых задач теории вязкоупругости: принцип соответствия Вольтерры, применение интегрального преобразования Лапласа, численные методы. Теорема единственности.
18. Определяющие соотношения нелинейной теории вязкоупругости. Разложение Вольтерры-Фреше. Упрощенные одномерные модели.
19. Понятие о разрушении и прочности тел. Общие закономерности и основные типы разрушения. Концентраторы напряжений. Коэффициент концентрации напряжений: растяжение упругой полуплоскости с круговым и эллиптическим отверстиями.
20. Феноменологические теории прочности. Критерии разрушения: деформационный, энергетический, энтропийный. Критерии длительной и усталостной прочности. Расчет прочности по допускаемым напряжениям. Коэффициент запаса прочности.
21. Двумерные задачи о трещинах в упругом теле. Метод разложения по собственным функциям в задаче о построении асимптотик полей напряжений и перемещений у вершины трещины в упругом теле. Коэффициент интенсивности напряжений, методы его вычисления и оценки.
22. Метод конечных разностей. Типичные разностные схемы для параболических, эллиптических и гиперболических уравнений. Метод конечных разностей для дифференциальных уравнений теории упругости.
23. Вариационный принцип минимума полной потенциальной энергии упругого тела. Методы Релея-Ритца, Бубнова-Галеркина и градиентного спуска в задачах минимизации функционала полной потенциальной энергии.
24. Метод конечных элементов в теории упругости. Пределы применимости метода конечных элементов.
25. Формула Сомильяны и метод граничных интегральных уравнений (метод граничных элементов).
26. Понятие дефектов кристаллической структуры: межузельные атомы, вакансии, дислокации, дисклинации. Прочность идеального кристалла. Дислокации, их типы, вектор Бюргерса, системы скольжения. Зарождение и взаимодействие дислокаций. Сила, действующая на дислокацию (сила Пича-Келера).